



DEBATT•DEBATT•DEBATT•DEBATT•DEBATT•DEBATT•DEBATT

Gymnasieskolans matematik

Här fortsätter diskussionen om kursinnehållet i gymnasieskolans matematik. Vad är syftet med matematik i skolan?

I Nämnares första nummer för i år tar Lennart Carleson upp en diskussion om den rena och den tillämpade matematikens plats i skolmatematiken. Han avslutar artikeln med två möjliga principer för hur matematikundervisningen i gymnasieskolan borde organiseras. Principerna har bäring både på mål och på innehåll. Enligt den första principen utgår man från den användbara matematiken medan den andra principen innebär (åter)införande av matematisk teori. Han ger också exempel på val av innehåll som i ett nötskal fångar principerna: GPS-navigering eller sökning på internet respektive talteori eller topologi. Principerna väcker frågan om matematikens berättigande som skolämne. Vad är syftet med matematiken i skolan och speciellt i gymnasieskolan? Vad motiverar matematikens ställning som ett av de största skolämnena? Valet mellan olika principer för hur mål och innehåll bestäms måste ske utifrån ett ställningstagande i övergripande frågor om skolmatematikens berättigande.

Matematikens ställning som ett av de två största skolämnena tillsammans med svenska kan som jag ser det endast motiveras utifrån användbarheten. Alla behöver kunna använda matematik. Språket och matematiken är nödvändiga redskap för att kommunicera om världen omkring oss. I konstruktivistisk anda kan man gå längre och påstå att individen i samspel med andra

via språket och matematiken skapar mening och sammanhang i världen. Men matematiken betyder mer än så, den är ett oundgängligt hjälpmedel för att förstå, förutsäga, påverka och styra olika fenomen i naturen och samhället. Det allt överskuggande motivet till matematikens stora plats i skolan är dess faktiska användning i dagens samhälle och dess potentiella användbarhet i det framtida samhälle eleverna kommer att leva i.

Gymnasieskolan ska förbereda eleverna för kommande yrkesliv och studier. Skolan förbereder också för ett vuxenliv som privatperson och medborgare. I alla dessa sammanhang förväntas och behövs matematisk kompetens.

Om skolmatematikens syfte framförallt vore att ge eleverna kunskaper om matematikens historiska utveckling, om matematiska teories struktur och matematikens speciella karaktär som vetenskap skulle dess plats vara liten i skolan. Ämnet skulle då kunna jämföras i tyngd med till exempel filosofi, astronomi eller geovetenskap – andra vetenskaper som betydligt oerhört mycket för mänskligheten och som är spännande att studera men som inte är obligatoriska ämnen i skolan.

En utgångspunkt för en diskussion om skolmatematikens mål, innehåll och omfång borde därför vara följande: det är matematikens användbarhet som djupast motiverar ämnets plats i skolan.

Matematiken betydelse

Matematikens betydelse på många områden i vårt samhälle är stor och växande. Vi är omgivna av maskiner, apparater och system som konstruerats och fungerar med hjälp av matematisk teori och metodik. Beslut i näringslivet och förvaltningen fattas utifrån analyser och prognoser där matematiken utnyttjats. Ett påtagligt exempel är vår nuvarande finansministers sätt att motivera politiska beslut genom att beskriva samhällsekonomin som ett finstämt regler-system. Matematiken har i takt med denna växande betydelse blivit mer synlig. Dagspressen och andra media vimlar av kvantitativa uppgifter, ofta statistiska. Det mesta i nyhetsförmedlingen och samhällsdebatten motiveras eller dokumenteras med kartläggningar och beskrivningar som innehåller matematik. Dagstidningarnas allmänna nyheter, ledar- och debattavdelningar, ekonomibilagor, hälso-, miljö- och tekniksidor är tydliga exempel. En jämförelse mellan en dagstidning från 60- eller 70-talet med en från senare år visar tydligt på utvecklingen. Trots denna matematikens synlighet förblir stora delar av den matematik som används osynlig, inbyggd i apparater och datorsystem som endast specialister är insatta i eller dold i rapporter och beslutsunderlag som bara når ett fåtal.

Beslut i privatlivet som gäller sparande, lån, husköp, penningplacering, pensioner, försäkringar, gåvor och skatter kräver matematiska kunskaper. I många fall måste man själv "gå hem och räkna på det" eftersom alternativen är många och osäkra faktorer spelar in. För att ta ett aktuellt exempel för den äldre generationen: när är det fördelaktigt att ta ut pension, om man samtidigt vill fortsätta arbeta? Ska man ta ut mer nu, få ett litet överskott att placera eller vänta och ta ut större summor i pension längre fram? Eller för yngre personer: Är det ekonomiskt klokt att långsiktigt satsa på boende i hyresrätt? Om inte – när är det bäst att kliva in på husmarknaden med tanke på räntor, prisläge och gissningar om utvecklingen och framtidsutsikterna på jobbmarknaden? Ska man låna maximalt nu eller satsa på att spara till en större kontantinsats längre fram? Hur lär man ungdomar att hantera en egen ekonomi? Ska de betala för sig hemma när

de börjar tjäna pengar? Hur beräknar man den hyran? Ska man som förälder stödja barnen ekonomiskt under studietiden eller låta dem vänta på ett arv som kan bli större?

Vi behöver matematiken för att förstå vad som händer i världen, till exempel fattigdomen i världen, som nu aktualiseras när ökade livsmedelpriser vållar sociala och politiska problem i många länder. Sätten att mäta fattigdomens utbredning varierar. Världsbanken använder i sin årliga WDR (World Development Report) nyckeltal som visar hur stor andel av befolkningen som har mindre än en US dollar per dag och person att klara sig på. Måttet har kritiserats på olika grunder, bland annat utnyttjar man valutaomvandlingar och prisjämförelser av en mix av varor som inte är relevant för de allra fattigaste. Banken ändrade metoden att definiera måttet år 2000. Det reviderade måttet visade på en fundamentalt annorlunda utveckling av fattigdomen i världen, från att ha varit ökande i absoluta tal, bedömdes den istället som minskande, vilket var märkligt. FN använder andra nyckeltal, som relaterar till levnadsfaktorer som förväntad livslängd, barnadödlighet och kvinnors reproduktiva hälsa, tillgång till rent vatten, hälsovård och skolgång osv. Alla data är behäftade med osäkerhet. Olika mått ger olika bilder av utvecklingen och det spelar roll för hur Sverige som land och enskilda svenska organisationer engagerar sig i kampen mot fattigdomen i världen.

Så frågorna om gymnasieskolans matematik blir följande. Vilken matematisk kunskap behöver unga personer med sig från gymnasieskolan för att vara väl förberedda för ett vuxenliv i ett samhälle som är så starkt beroende av matematiken? Vilken matematisk kompetens behöver de för att kunna förstå, använda sig av och kritiskt värdera matematiska metoder och matematiskt grundade resultat som de kommer att möta i sina studier, sitt yrkesliv, sitt privatliv och som medborgare? Syftet med gymnasieskolans matematik är att låta eleverna skaffa sig de kunskaper och utveckla de kompetenser som ger svaret på dessa frågor.

Svaren varierar förstås med vilka framtida utbildningar och vilka yrken det gäller. I det nya förslaget till gymnasieskola kommer matematiken att anpassas till programmen. Elever på olika program kommer att läsa

olika matematikkurser. Det ger nya möjligheter att välja mål och innehåll utifrån det övergripande syftet och med specifika yrken och utbildningar i sikte. Men vuxenlivet ställer krav som är desamma för alla oberoende av studier och yrke. Alla behöver begripa privatekonomi och samhällsekonomi för att kunna planera för sin framtid. Samhällsutvecklingen i allmänhet förväntas vi alla ha en mening om för att kunna bidra till en bättre värld.

Viktiga begrepp från grundskolan – långtifrån självklara

Proportionalitet, andelar och procent är matematiska begrepp som är grundläggande för jämförande kvantitativa studier och undersökningar av utveckling i tiden. Följande är citat från två stora dagstidningar månadsskiftet juli – augusti 2008:

Det finns inga exakta siffror på hur vanlig ätstörning är. En uppskattning är att fem till tio procent av kvinnor i åldrarna tretton till trettio år har någon form av ätstörning. Om man även räknar in kvinnor över trettio år och män blir siffrorna betydligt högre.

(SDS, faktaruta i anslutning till nyhetsartikel, 4 aug 2008)

Det långtidsscenario som Kommunförbundet presenterade för ett par år sedan visade att om den offentliga konsumtionen ska öka i samma takt som BNP framöver och skatteinansieras, kräver det kommunalskatter som stiger upp emot 50 procent år 2050.

(DN, förstaledare om stigande sjukvårdskostnader, 30 juli 2008)

Citat av denna typ – oklara, obegripliga eller felaktiga – är mycket vanliga. Sammanblandning av absoluta och relativa mått sker ofta. Journalister och personer som skapar grafiken till artiklarna hinner inte kontrollera att allt blir rätt, eller missförstår den information de får från olika källor. Dessa oklarheter beror inte bara på brådska eller slarv. De speglar också det faktum att begreppen andelar och procent är svårberäknade, särskilt när det handlar om jämförelser över tiden. Antalet av något visst kan

öka samtidigt som andelen av detta något i relation till en helhet minskar. Ibland förstår man som läsare innebörden därför att man har kringkunskaper, ibland måste man gissa och ibland förblir det hela obegripligt. Det finns stort utrymme för manipulation från olika intressenter när det gäller information till massmedia.

Det finns andra exempel på matematik från grundskolan som är viktig och som många vuxna känner sig osäkra inför. Vi behöver ha en uppfattning om mycket små och mycket stora tal. Mycket små risker för farliga sjukdomar eller naturkatastrofer och skillnaden mellan miljoner å ena sidan och miljarder å den andra är svårgripbart. Sådana små eller stora tal kan vara viktiga faktorer i beslutsfattande på olika plan.

Det finns därför anledning att i gymnasieskolan återvända till grundläggande begrepp från grundskolans matematik, sätta in dem i nya sammanhang och låta eleverna fördjupa den matematiska förståelsen av dessa grundläggande begrepp och deras användning. I gymnasieskolan börjar eleverna närma sig det självständiga vuxenlivet och kan förväntas ha ett mognare intresse för matematikens användning i olika sammanhang och mer kunskaper inom andra områden att relatera till.

Användning är modellering

Användning av matematik bygger alltid på en det finns en matematisk modell, en motsvarighet mellan ett verkligt system och vissa matematiska storheter. Det finns alltid ett syfte när man gör modellen, en fråga man vill ha svar på eller ett problem som ska lösas. Det gäller även de allra enklaste tillämpningar som handlar om antal, sortering och klassificering även om man där uppfattar modellen som given. Pengar är exempel på en matematisk modell vars syfte är att jämföra värde på sådant som människor vill byta med varandra. Modellen är välkänd och används av alla, men dess grund i en värdeteori är långt ifrån given.

I en av de strukturer för matematisk kompetens som har utvecklats under de senaste 10–15 åren får matematisk modellering en särskild plats (Niss & Højgaard-Jensen, 2002). I sin enklaste form betyder

denna kompetens en förmåga att kritiskt värdera resultatet av en modell där både matematiken och det verkliga systemet är kända. Elever visar sådan kompetens när de kan koppla samman realistiskt formulerade problem med sina egna erfarenheter utanför matematiken och därigenom värdera resultat och hitta felaktigheter i modellen eller sin analys. Det finns många exempel från matematikdidaktisk forskning som visar att elever inte tränar denna kompetens utan uppfattar matematikundervisningens innehåll som en värld för sig där man ska bortse från sitt sunda förnuft och där orimligheter får accepteras.

I en mer utvecklad form innebär modelleringskompetens att kunna ta sig an en situation och ett problem från ett icke-matematiskt sammanhang och formulera en matematisk modell för att beskriva situationen, lösa problemet och eventuellt ompröva modellen utifrån en värdering av resultatet.

Liksom de andra matematiska delkompetenserna behöver modelleringen fokuseras i gymnasiets undervisning. Det räcker inte att ge matematiska problem och övningsuppgifter en realistisk förklädning, som eleverna genomskådar. Modelleringen måste övas och diskuteras specifikt, inte bara via tillämpningsexempel på olika matematisk metoder. Modelleringskompetensen måste få en tydlig plats och bedömas systematiskt. Detta är inte enkelt att genomföra, det visar erfarenheter från Danmark och Australien.

De andra kompetenserna

Modelleringskompetensen är avhängig andra matematiska delkompetenser, exempelvis resonemangs-, representations- och teknisk kompetens. I modelleringssammanhang är det naturligt att använda tekniska hjälpmedel (den tekniska kompetensen). Den kritiska bedömningen av informationen från dator och räknare blir väsentlig. Den inneborende abstrakta och logiska strukturen i matematiken (har att göra med representations- och resonemangskompetenser) är nyckeln till matematikens användbarhet. Den matematiska modellens resultat är en logisk följd av de förutsättningar modellen bygger på just därför att den matematiska analysen är logisk. Om resultatet verkar

orimligt så kan det bero på att vi missat att ta med någon avgörande faktor i modellen eller på att vi räknat fel. Om inget av det gäller så har modellen gett oss ny kunskap om vad som kan hända med systemet och om vad som är rimligt eller orimligt.

De två principerna

I denna artikel har jag utvecklat min uppfattning av vad den första principen i Carlesons artikel skulle innebära för gymnasimatematiken, principen om den användbara matematiken. Den bör enligt min uppfattning påverka matematikens mål och innehåll för alla gymnasieelever. Utifrån denna princip bör sedan valet av mål och innehåll styras av programmets övriga innehåll och de studier och yrken som programmet leder till.

Den andra principen – den om matematisk teori – är möjligen relevant för det naturvetenskapliga programmet, eventuellt i en kurs som inte alla elever på programmet läser. Den euklidiska geometrin passar inte som innehåll, vilket Carleson påpekar. Inte heller fungerar det reella talsystemet eller differential- och integralkalkylen. Inget av dessa områden läses numera utifrån en axiomatisk framställning i högskolans grundläggande matematikkurser, vilket just beror på att de är svåra och tidskrävande att presentera som sammanhängande teorier. Därremot är andra områden möjliga som Carleson också ger exempel på. I något "diskret" område kan man bygga upp en teori och med ganska liten förberedelse komma fram till intressanta resultat och bevisa satser som inte uppfattas som självklara eller där beviset blir för översködligt.

Gerd Brandell

LITTERATUR

- Helenius, O. (2006). Kompetenser och matematik. I *Nämnan* 33(3), 11–15.
- Niss, M. & Højgaard-Jensen, T. (2002). *Kompetencer och Matematiklärning*. (Uddannelsestyrelsens temahæfteserie nr 18-2002.) Köpenhamn: Undervisningsministeriet.